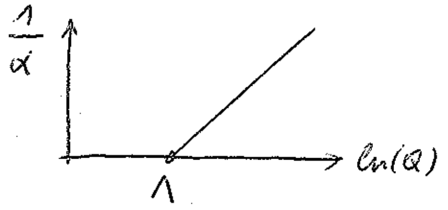
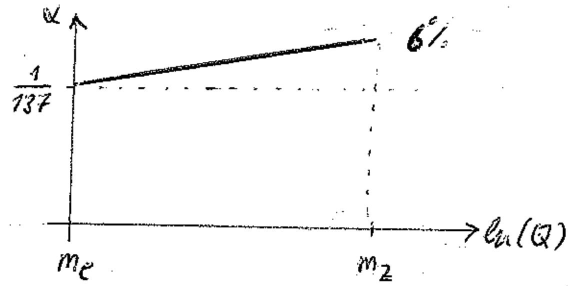
13-01-10



$$\frac{1}{\alpha_s(Q^2)} - \frac{1}{\alpha_s(\mu^2)} = b_0 \cdot \ln\left(\frac{Q^2}{\mu^2}\right)$$

$$\alpha_s(Q^2) = \frac{\alpha_s(\mu^2)}{1 + b_0 \cdot \ln\left(\frac{Q^2}{\mu^2}\right) \cdot \alpha_s(\mu^2)}$$

QED:



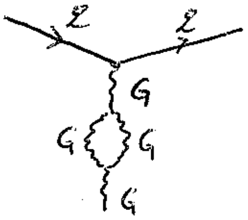
MONTE CARLO METHOD:

ANDERE METHODE:

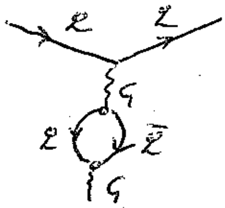
α_s FROM $R = R_{QPM}\left(1 + \frac{\alpha_s}{\pi} + c_2\left(\frac{\alpha_s}{\pi}\right)^2 + \dots\right)$

STRONG COUPLING "CONSTANT" α_s:

g_s = BARE COLOR CHARGE



GLUON LOOP
(1)



QUARK LOOP
(2)

RENORMALIZATION

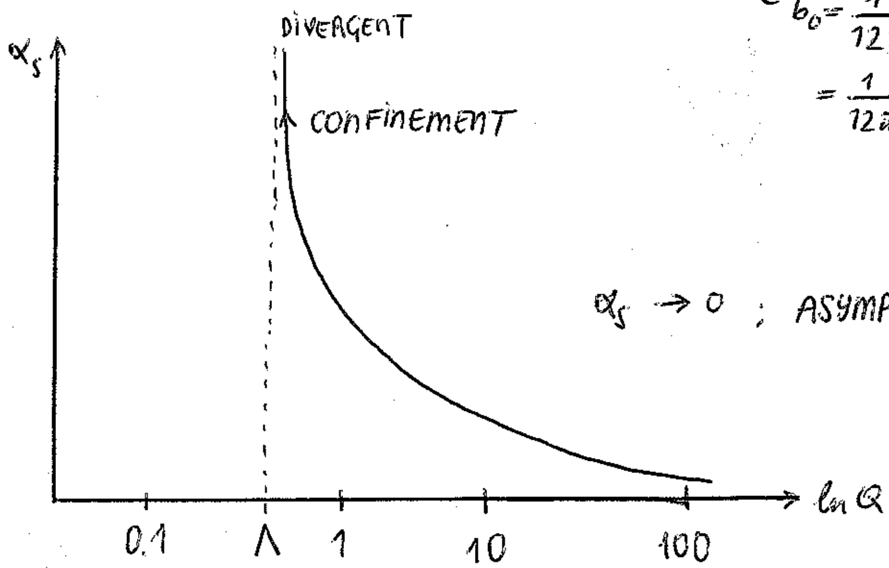
↳ KONSEQUENZ, α_s IST KEINE KONSTANTE MEHR

$$\boxed{\alpha_s(Q^2) = \frac{1}{b_0 \cdot \ln\left(\frac{Q^2}{\Lambda^2}\right)}}$$

(1) aus (2) aus

$$b_0 = \frac{1}{12\pi}\left(11 \cdot \underset{3}{N_c} - 2 \cdot \underset{5}{n_f}\right)$$ ... SLOPE PARAMETER

$$= \frac{1}{12\pi}(33 - 10) > 0$$



$\alpha_s \to 0$; ASYMPTOTIC FREEDOM

↳ SETTING THE MASSSCALE FROM HADRONS $\Lambda = 0.25$ GeV

13-01-10

(1)

HADRONS = ?

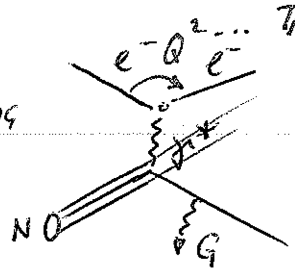
COLOR-LESS combin OF q's

MESONS $= \sum_{i=1}^{3} q_i \bar{q}_i$

BARYONS $= \sum_i \sum_j \sum_k \varepsilon_{ijk}\, q_i q_j q_k$

TEST OF PERTINBATIVE QCD (pQCD)

- h-h INT
- ℓN DIS
  - SCATTERING
  - INELASTIC



pQCD $\rightarrow$ SCALING VIOLUTION

$F_2(x) \rightarrow F_2(x, \ln Q^2)$

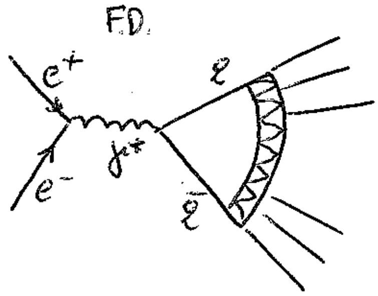
- $e^+e^- \rightarrow$ HADRONS

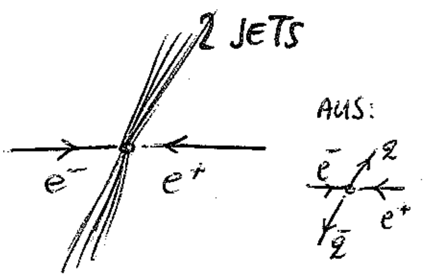
PETRA

PEP

$\sqrt{s} \geq 30\,GeV$

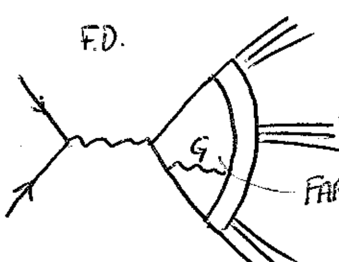
F.D.

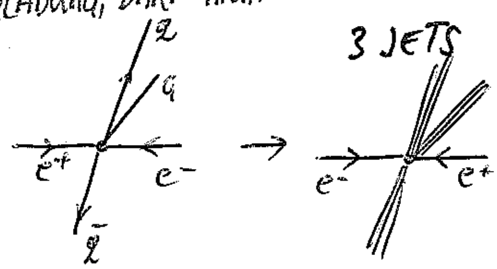




SCHWERPUNKTBEW:

F.D.



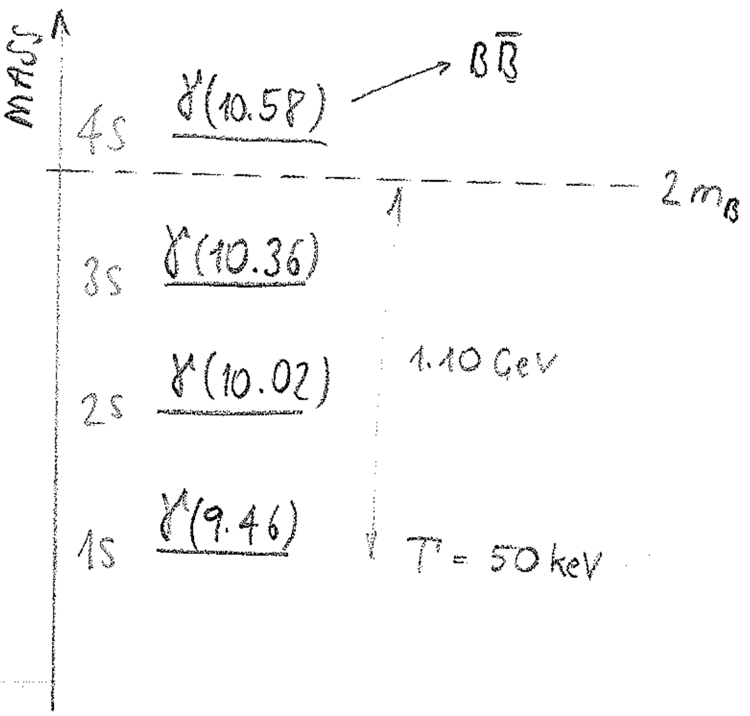


HARD, NON-COLLINEAR GLUON EMISSION

1979 PETRA: $\alpha_s = \frac{g_s^2}{4\pi}$

$R_3 = \frac{\sigma_3}{\sigma_3 + \sigma_2} \sim \alpha_s$ $\qquad \alpha_s(34\,GeV) = 0.14 \pm 0.02$

BOTTONIUM



$(b\bar{b})$ $\quad Q_b = -\frac{1}{3}$

$m_b \approx 5$ GeV

BOTTOM QUARK

$$\left.\begin{array}{l} B^- = (b\bar{u}) \\ B^0 = (b\bar{d}) \\ B_s^0 = (b\bar{s}) \end{array}\right\} \; 5.28 \text{ GeV}, \quad t_B \approx 10^{-12} s$$

ZERFALL ÜBER SCHWACHE WW

$B \to D + \pi's$

$\;\;\to D + e^- + \bar{\nu}$

TOP QUARK

$m_T \approx 175$ GEV

QCD

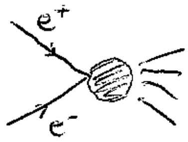
QUARK-FARBE (FARBLADUNG) $q: r, g, b$
$\bar{q}: \bar{r}, \bar{g}, \bar{b}$

g_s ... FARBLADUNG

In DER NATUR GIBT ES NUR FARBNEUTRALE TEILCHEN!

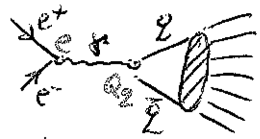
WOHER WISSEN WIR, DASS ES NUR 3 FARBEN GIBT?

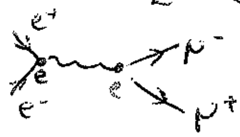
- $\Delta^{++} = (u_i^\uparrow u_j^\uparrow u_k^\uparrow)$ ... NACH PAULI PRINZIP VERBOTEN $\Rightarrow$ FARBLADUNG
- $\Gamma \to \pi^0 + \gamma\gamma$ $\quad t = \frac{\hbar}{\Gamma} = 10^{-16}\,s$ ... GILT NUR WENN $n_c = 3$
- $R = \dfrac{\sigma(e^+e^- \to \text{HADRONS})}{\sigma(e^+e^- \to \mu^-\mu^+)}$



WAS GESCHIEHT HIER?

em-PROZESS:





$$R_{theo} = \sum_{f=1}^{N_f} Q_f \cdot N_c \cdot \underbrace{\left(1 + \frac{\alpha_s}{\pi} + \underbrace{c_2}_{1.41}\left(\frac{\alpha_s}{\pi}\right)^2 + \ldots\right)}_{1.051}$$

mit $\alpha_s(q^2) = \dfrac{g_s}{4\pi} \approx 0.15$

DARAUS FOLGT $N_f = 5$ (u, d, s, c, b)

UND WEITER $\displaystyle\sum_{f=1}^{N_f} Q_f^2 = 2\cdot\left(\frac{2}{3}\right)^2 + 3\cdot\left(-\frac{1}{3}\right)^2 = \frac{11}{9} = 1{,}22$

$R_{exp} \approx 3.9$

NUR WENN $N_c = 3$ STIMMEN THEORIE $(R_{Theo} = 3.85)$ UND

QCD $SU(3)_c$ l. g. i. UNBROKEN $m_q = 0$

$SU(N)$: $U(\vec{\alpha}) = \exp(ig\vec{\alpha}\vec{T}) = \exp(ig \sum_{a=1}^{N_{gen}} \alpha_a \underbrace{T_a}_{\text{GENERATOR}})$

Lie Group

$N_{gen} = 2 \cdot N^2 - N^2 - 1 = N^2 - 1$

$\det(U) = \pm 1$

... NON-ABELIAN

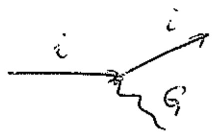
$$\mathcal{L}_q = \mathcal{L}_{q,free} + \overbrace{g_s \sum_a (\bar{\psi}\gamma^\mu T_a \psi)\, G_{a,\mu}}^{\text{WW-THERM}} \qquad \psi = \begin{pmatrix} \psi_1 \\ \psi_2 \\ \psi_3 \end{pmatrix}$$

$$\partial_\mu \rightarrow D_\mu = \partial_\mu - ig_s \sum_{a=1}^{8} T_a \cdot G_{a,\mu}$$

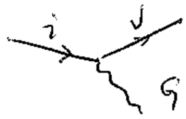
$\downarrow$ "GLUONS"

$T_a = \frac{1}{2}\lambda_a$

2 ... DIAGONAL (λ_3, λ_8), REPRÄSENTIEREN



6 ... NICHTDIAGONAL

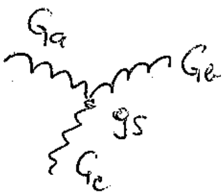


WEITERS:

$\mathcal{L} = \mathcal{L}_q + \mathcal{L}_G$

$\downarrow$ $G_a G_a$

$G_{a\mu\nu} = \partial G - \partial G + g_s f_{abc} G_b G_c$



... 3 GLUONEN KOPPLUNG

... 4 GLUONEN KOPPLUNG

WEITERE MESONEN wikipedia

CHARM-MESONS

D-MESON:

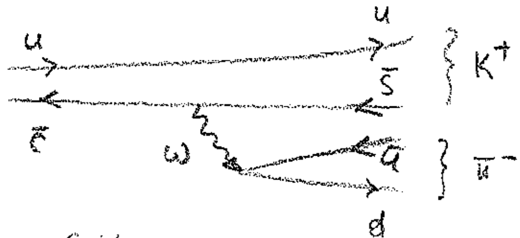
SIND MESONEN DIE ALS <u>SCHWERSTES QUARK</u> EIN c HABEN:

$$\left.\begin{array}{ll} D^+,\ D^- & (c\bar{d}),\ (\bar{c}d) \\ D^0,\ \bar{D}^0 & (c\bar{u}),\ (\bar{c}u) \end{array}\right\} \sim 1.9\ \text{GeV},\quad t \approx 10^{-12}\ \text{s}$$

$$D_s^+,\ D_s^- \quad (c\bar{s}),\ (\bar{c}s) \qquad \sim 2\ \text{GeV}$$

UMWANDLUNG ÜBER SCHWACHE WW. z.B.:

$$\underset{(u\bar{c})}{\bar{D}^0} \rightarrow \underset{(u\bar{s})}{K^+} + \underset{(\bar{u}d)}{\pi^-}$$



SG.:

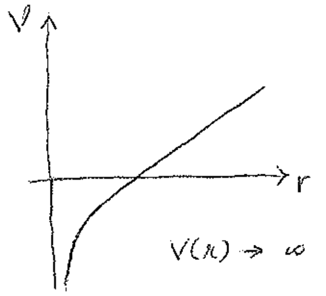
$$(T + V)\psi(x) = E \cdot \psi(x)$$

$T = -\frac{\hbar^2}{2\mu}\nabla^2$ REDUZIERTE MASSE

$$V(r) = \underbrace{-\frac{4}{3}\frac{\alpha_S(r)}{r}}_{\text{„COULOMB"}} + \underbrace{K \cdot r}_{\text{„CONFINING TERM"}} \quad \ldots \text{ CONFINEMENT POTENTIAL}$$

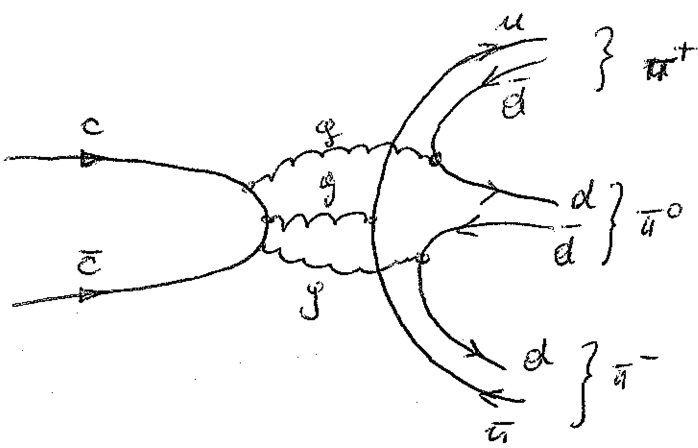
MIT α_S ... STARKE KOPPLUNG

STRING CONSTANT $K = 0{,}9\ \frac{\text{GeV}}{\text{fm}}$ ≙ Energie die notwendig ist um Quarks auf Abstand von 1fm zu separieren.



$V(r) \rightarrow \infty$ für $r \rightarrow \infty$

HADRONIC DECAY FROM ψ



wikipedia

VERNICHTUNG VON $c, \bar{c}$

ÜBER STARKE WW GEHT WEGEN PARITÄTSERHALTUNG NUR DURCH NICHT WENIGER ALS 3 GLUONEN 

UND IST DANN WEGEN DER **OZI**-REGEL UNTERDRÜCKT

GRUND FÜR GERINGE BREITE !!

ERKLÄRT WARUM MANCHE ZERFÄLLE SELTENER ALS ERWARTET AUFTRETEN.

HEAVY QUARKONIUM SYSTEM (1974)

NARROW HEAVY MESON

J/Ψ $m = 3.100$ MeV $\rightarrow$ J/ψ $(c\,\bar{c})$ ... CHARMONIUM

WURDE AN ZWEI ORTEN GLEICHZEITIG GEFUNDEN:

1.) (BNL) $p\ Be \rightarrow e^+e^- + X$ ← IRGENDEIN HADRON

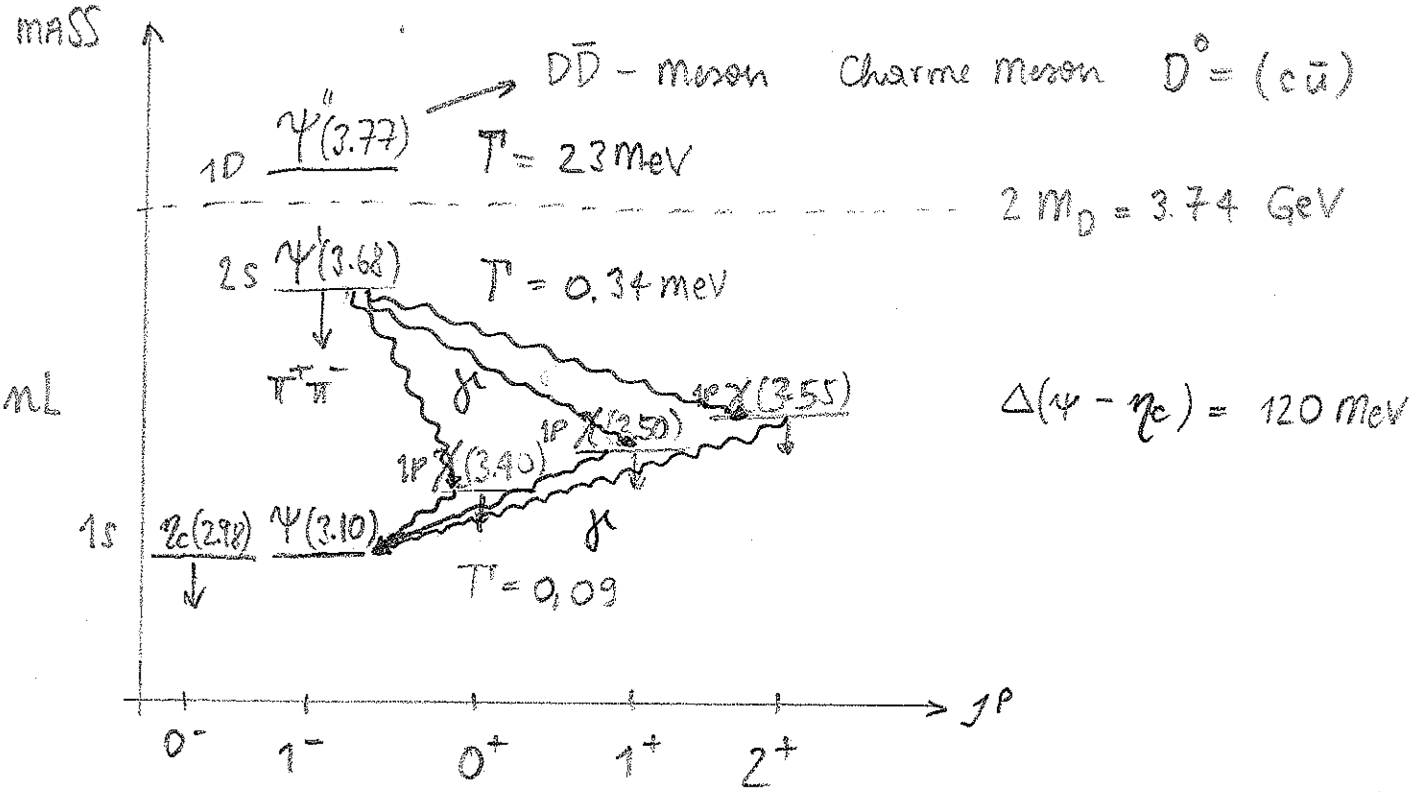
2.) (SLAC) $e^+e^- \rightarrow \psi \rightarrow e^+e^-$, $\rightarrow \mu^+\mu^-$, $\rightarrow$ HADRONS

SEHR SCHMALE MASSENBREITE

$\Gamma = 0{,}09$ MeV

$t = \frac{\hbar}{\Gamma} = 10^{-20}\,s$

CHARMONIUM



$\vec{J} = \vec{S} + \vec{L}$

$\uparrow$

$\vec{S}_c + \vec{S}_{\bar{c}}$

$\overset{L=0}{\psi(c\uparrow \bar{c}\uparrow)}$

$c \overset{g}{\sim\sim} \bar{c}$

QUARKS IN HADRONS

$S_q = \frac{1}{2}$

MESONS:

$\pi^+ = (u\bar{d})$
$K^- = (s\bar{u})$
$\pi^0 = \frac{1}{\sqrt{2}}(u\bar{u} + d\bar{d})$
$\eta^0 = \frac{1}{\sqrt{6}}(u\bar{u} + d\bar{d} - 2s\bar{s})$

BARYONS:

$$\left.\begin{aligned} p &= (uud) \\ n &= (udd) \\ \Lambda^0 &= (uds) \\ \Xi^0 &= (uss) \end{aligned}\right] S = 1/2$$

$$\left.\begin{aligned} \Delta^{++} &= (uuu) \\ \Delta^0 &= (udd) \\ \Omega^- &= (sss) \end{aligned}\right] S = 3/2$$

HADRON MASS SPECTRUM

CONSTITUENT QUARK MODELL:

$m_H \stackrel{?}{=} \sum m_q$ $\qquad m_u = m_d \ll m_s$

$$\left.\begin{array}{lll} 1^- & \rho^+(770) & (u\uparrow \bar{d}\uparrow) \\ 0^- & \pi^+(140) & (u\uparrow \bar{d}\downarrow) \end{array}\right] \Delta m = 630$$

Unterschied im Spin; macht Massendiff. aus. (Spin-Spin-WW)

$$\left.\begin{array}{lll} 1/2 & p(940) & (u\uparrow u\downarrow d\uparrow) \\ 3/2 & \Delta^+(1230) & (u\uparrow u\uparrow d\uparrow) \end{array}\right] \Delta m = 290$$

HYPERFINE INTERACTION

STRONG INTERACTION COUPLING

$$m_H = m_1 + m_2 + \frac{\vec{\sigma}_1 \vec{\sigma}_2}{m_1 m_2} K$$

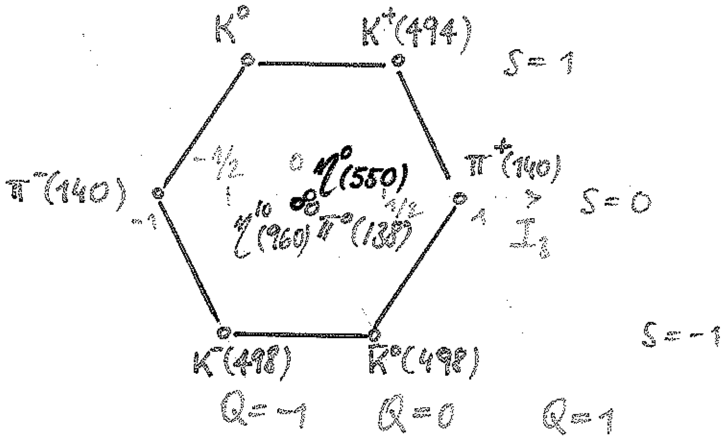
mit wissen von 3 größen läßt sich Masse berechnen:

$m_u = 300$ MeV
$m_s = 500$ MeV
$K/m_u^2 = 100$ MeV

MULTIPLETTS MESON

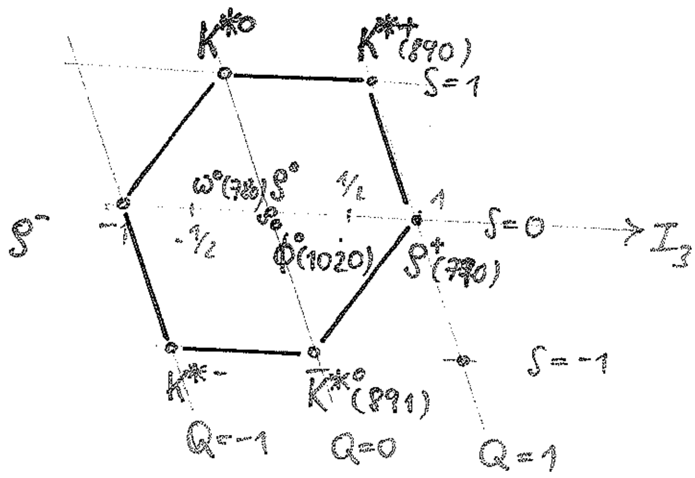
2-12-2009 ②

$\boxed{0^-}$



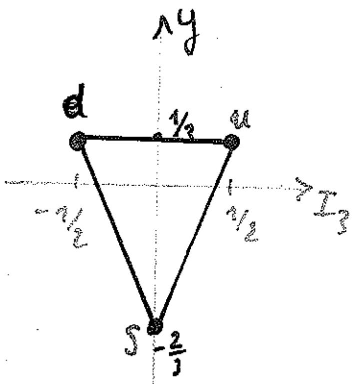
OKTETT
SINGULETT

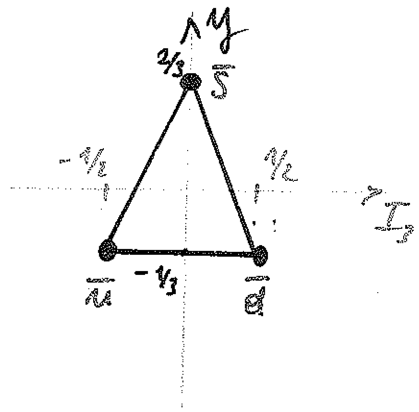
$\boxed{1^-}$



OKTETT
SINGULETT

QUARKTRIPLETT / ANTIQUARKTRIPLETT





	$Q =$	$I_3 +$	$\frac{y}{2}$
u	$2/3$	$1/2$	$\frac{1}{2}\left(\frac{1}{3}\right)$
d	$-1/3$	$-1/2$	$\frac{1}{2}\left(\frac{1}{3}\right)$
s	$-1/3$	0	$\frac{1}{2}\left(-\frac{2}{3}\right)$

Y

QUARKS

MULTIPLETTS BARYON

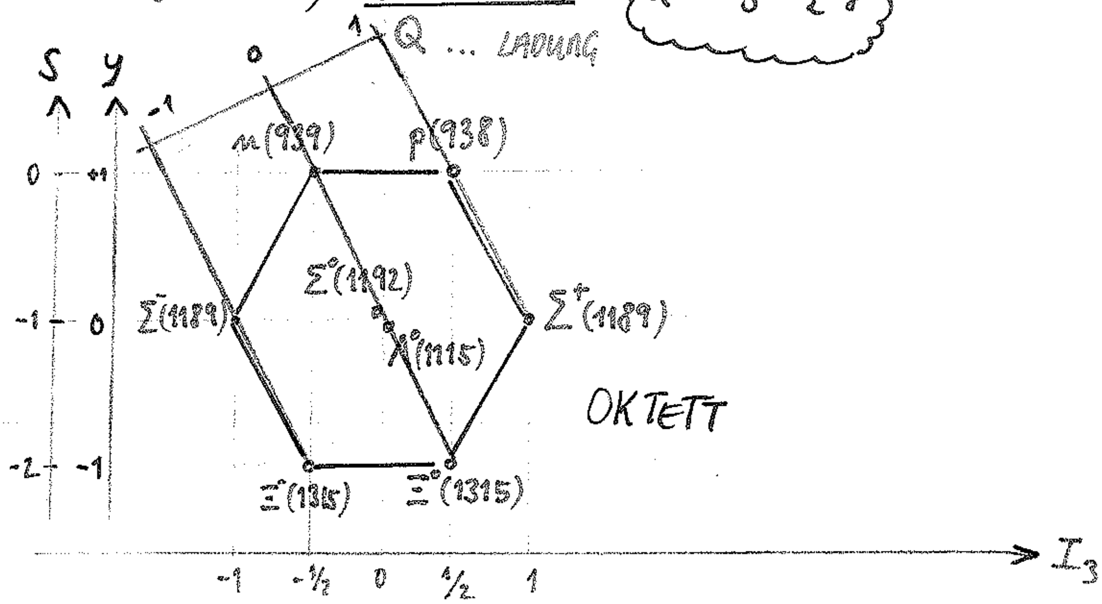
(IDEE DIE QUARKS ZUSAMMENZUSETZEN)

AUFGRUND PAULI SIND NICHT ALLE ZUSAMMENSETZUNGEN MÖGLICH

STRANGENESS: $S = n_{\bar{s}} - n_s$; HYPERLADUNG $Q = I_3 + \frac{1}{2} Y$

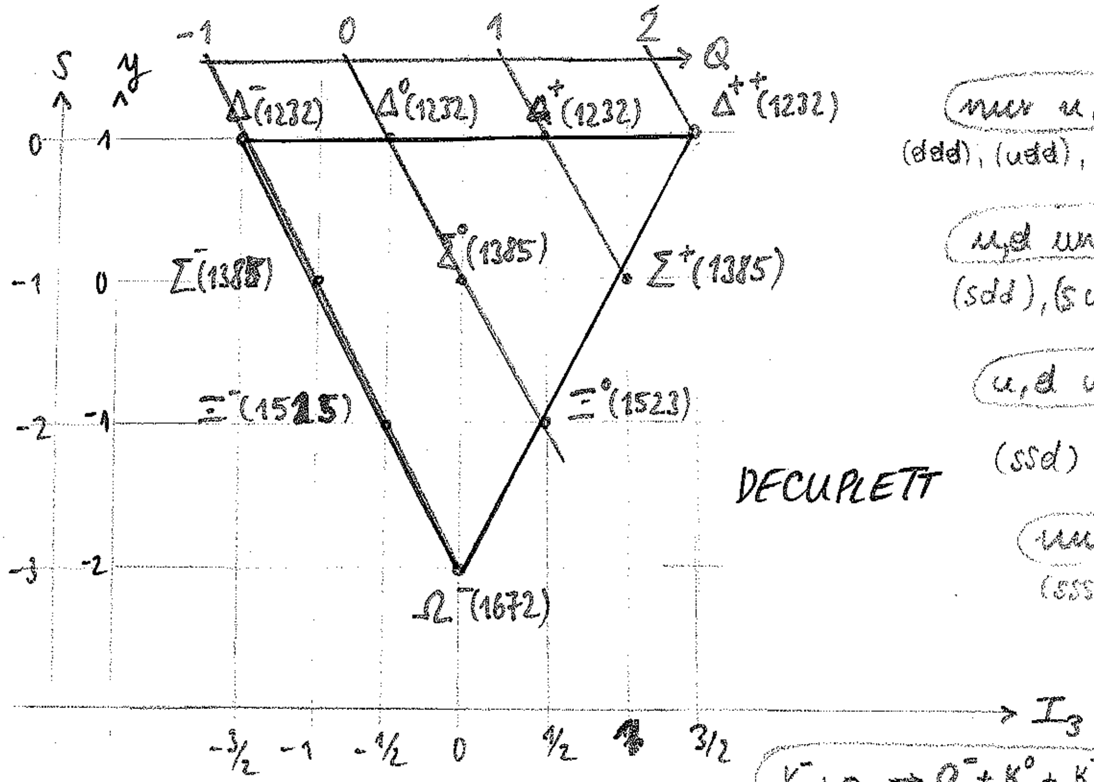
$\boxed{\frac{1}{2}^+}$

Spin J



ISOSPIN: MIT INNERER SYMMETRIE VERBUNDENE QUANTENZAHL

$\boxed{\frac{3}{2}^+}$



nur u, d
(ddd), (udd), (uud), (uuu)

u, d und 1 s
(sdd), (sud), (suu)

u, d und 2 s
(ssd), (ssu)

nur s
(sss)

$K^- + p \rightarrow \Omega^- + K^0 + K^+$
$\Xi^0 + \pi^-$
$\pi^- + p$
$\gamma + \gamma$
$e^+ + e^-$
$e^+ + e^-$

Ω^-: EIGENTLICH VERLETZUNG DES PAULI PRINZIPES;

Bei $\Delta^{++}(uuu)$, $\Delta^-(ddd)$ wie eben auch $\Omega^-(sss)$ handelt sich es um Baryonen mit $S = 3/2$

d.h. alle Spins müßten parallel stehen !!

(Teilchen in allen QZ gleich $\frac{1}{2}$)

Zusätzlicher innerer Freiheitsgrad (Farbladung)

STARKE WECHSELWIRKUNG wikipedia

≙ BINDUNG ZWISCHEN QUARKS IN DEN HADRONEN.

↳ KÖNNEN 3 VERSCH. FARBEN HABEN (R, G, B)

BINDUNG ZWISCHEN DEN QUARKS:

NACH QCD DURCH AUSTAUSCH VON EICHBOSONEN (GLUONEN) BESCHRIEBEN

GIBT 8 SORTEN, DIE EINE FARBLADUNG ZW. DEN QUARKS ÜBERTRAGEN.

QUANTENCHROMODYNAMIK,

ANALOG ZUR QED: * EICHGRUPPE SU(3) → NICHT ABELSCH → MULTIPLIKATION VON ZWEI GRUPPENELEMENTEN IST NICHT KOMMUTATIV.

* AUSTAUSCHTEILCHEN = GLUONEN

* ERHALTUNGSGRÖßE = FARBLADUNG

TRAGEN SELBST FARBLADUNG, DESHALB MEIST FARBÄNDERUNG BEI AUSTAUSCH.
ZUSÄTZLICH WW DIE GLUONEN UNTEREINANDER.

ANZIEHUNGSKRAFT ZW. QUARKS:

- NIMMT MIT ENTFERNUNG ZU → ÜBERSCHREITUNG EINES ABSTANDES
  ↳ FELDENERGIE WIRD SO HOCH
  ⇓
  BILDUNG EINES MESONS $(q, \bar{q})$

- QUARKS TRETEN NIEMALS EINZELN AUF → CONFINEMENT!
  (IN NATUR GIBTS NUR FARBNEUTRALE ELEMENTE)

BARYONEN: $S = \frac{\hbar}{2}$; $\frac{3\hbar}{2}$

p (uud)	$S = 1/2$	$m = 938 \frac{MeV}{c^2}$	$Q = 1$
n (udd)	$S = 1/2$	$m = 939 \frac{MeV}{c^2}$	$Q = 0$
Λ^0 (uds)	$S = 1/2$	$m = 1115 \frac{MeV}{c^2}$	$Q = 0$
Σ^+ (uus)	$S = 1/2$	$m = 1189 \frac{MeV}{c^2}$	$Q = 1$
Σ^0 (uds)	$S = 1/2$	$m = 1192 \frac{MeV}{c^2}$	$Q = 0$
Ξ^0 (uss)	$S = 1/2$	$m = 1315 \frac{MeV}{c^2}$	$Q = 0$
Ξ^- (dss)	$S = 1/2$	$m = 1321 \frac{MeV}{c^2}$	$Q = -1$
Δ^{++} (uuu)	$S = 3/2$	$m = 1232 \frac{MeV}{c^2}$	$Q = 2$
Δ^+ (uud)	$S = 3/2$	$m = 1232 \frac{MeV}{c^2}$	$Q = 1$
Δ^0 (udd)	$S = 3/2$	$m = 1232 \frac{MeV}{c^2}$	$Q = 0$

MESON $S = \hbar$, 0

π^+, π^-	$(u\bar{d}, \bar{u}d)$	$m = 139{,}6 \frac{MeV}{c^2}$
π^0	$(u\bar{u} - d\bar{d})$	$m = 135{,}0 \frac{MeV}{c^2}$
K^+, K^-	$(u\bar{s}, \bar{s}u)$	$m = 493{,}7 \frac{MeV}{c^2}$
K^0	$(d\bar{s} - s\bar{d})$	$m = 497{,}6 \frac{MeV}{c^2}$

ERGEBNIS CERN III (1979)

$a_\mu^{exp} = 1\,165\,924\ (8,5) \times 10^{-9}$ mit Präzission von 7ppm
↓
Genaue Zeitmessung
Genaue Kenntnis von γ

$a_\mu^{theo} = 1\,165\,921\ (8,3) \times 10^{-9}$ mit 7ppm

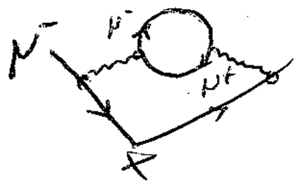
Experiment wurde in Brookhaven (2004) wiederholt

↳ Beide Werte haben sich geändert mit $3{,}5\sigma$ (Standardabweichung) zueinander.
mit Genauigkeit von 0,5 ppm.

ZUM THEORETISCHEN a_μ:

$\frac{1}{\alpha} = 137{,}03599 \qquad \bar{\alpha} \doteq \frac{\alpha}{\pi}$

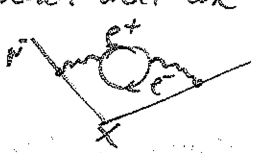
Virtuelles Paar von Fermionen



1 LOOP $\quad 0{,}5 \cdot \bar{\alpha}^1 \ \hat{=}\ 1\,161\,409{,}7$

2 LOOP $\quad 0{,}7658574 \cdot \bar{\alpha}^2 \ \hat{=}\ 4132{,}2$

anderer Wert wie



Vakuumpolarisation

3 LOOP $\quad 24{,}050509 \cdot \bar{\alpha}^3 \ \hat{=}\ 301{,}4$

4 LOOP $\quad 130{,}99 \cdot \bar{\alpha}^4 \ \hat{=}\ 3{,}8$

QED $\quad \sum \quad 1165847{,}1$

aber zusätzliche Momente müssen beachtet werden:

- Hadronische Vakuum Fluktarktion $\quad 69{,}0 \pm 0{,}5$

Können auch Quarks entstehen

- Beiträge von e-w (elektroschwache) $\quad 1{,}5$

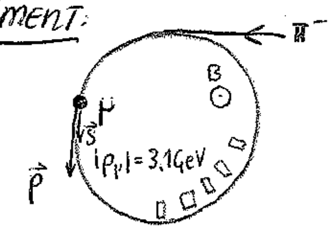
S.M. (Standardmodelltest) $\quad \sum\ 1\,165\,917{,}9$

$(g-2)_{myon}$ - MESSUNG

$$\mu_{myon} = \mu_B (1 + a)$$
$\uparrow$ QED

GYROMAGNETISCHES VERHÄLTNIS $\frac{\mu}{s} = g\,\mu_{Bohr}$

EXPERIMENT:



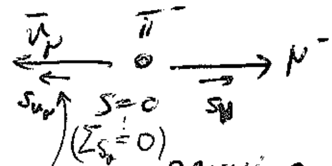
SPIN PRÄZISION $\downarrow$ — CYCLOTRON $\swarrow$

$$\omega_A = \omega_p - \omega_c \quad > 0$$
$$= \frac{e \cdot B}{m_\mu} \cdot a$$

$\vec{p}, \vec{s}$ ... GLEICH GERICHTET BEIM ZERFALL
$\uparrow$ PRÄZIDIERT IM B-FELD

ZERFALL: $\pi^- \to \mu^- \bar{\nu}_\mu$

r.f.



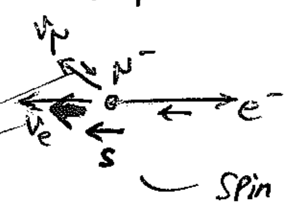
DREHIMPULSERHALTUNG

SPINRICHTUNG
(Bei Antineutrino immer rechtsh.)

(MYON-SPIN $\rightsquigarrow$ RECHTSHÄNDIG POLARISIERT)

ZERFALL: $\pi^- \to \mu \bar{\nu}_\mu$
$\hookrightarrow e^- \bar{\nu}_e \nu_\mu$

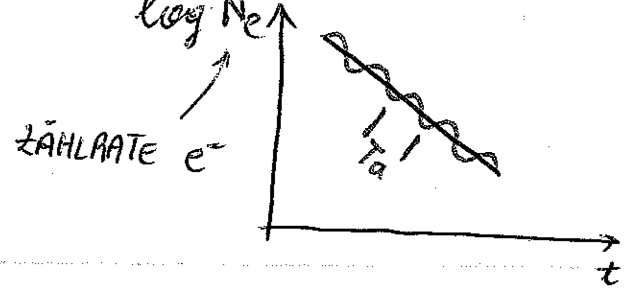
r.f



SPIN DER NEUTRINOS KOMPENSIEREN SICH

SPIN DES MYON WIRD AUF e^- ÜBERTRAGEN
$\uparrow$
= LINKSHÄNDIG

GEMESSEN WIRD: $E_e \geq E_{cut}$



$$N_e(E > E_{cut}) = N_0\, e^{-\frac{t}{\tau\gamma}} \left[1 + A_{(cut)} \cdot \sin\left(\frac{2\pi t}{T_a} + \phi \right) \right]$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f$$

$(g-2)_{\text{myon}}$

Magnetisches MOMENT

$$\vec{\mu} = \frac{-e}{2m_\mu} \cdot g \cdot \vec{s}$$

L LANDÈ FAKTOR

DIRAC, $s = \frac{\hbar}{2}$: $\quad \mu = \frac{e\hbar}{2m} = \mu_B = \frac{g}{2}\frac{e\hbar}{2m} \Rightarrow \underline{g \overset{!}{=} 2}$

QED: VIRTUAL CORRECTION (LOOP) — HIER KÖNNEN VIELE VERSCH. TEILE ERZEUGT WERDEN $\rightsquigarrow$ HEAVY PARTICLE

LOOP-DIAGRAMM

$\mathcal{O}(1)$: $\quad \mathcal{O}(\alpha)$:

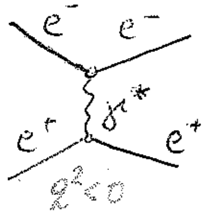
$$\bar{\alpha} := \frac{\alpha}{\pi}$$

$$1 + \underbrace{0{,}5\,\bar{\alpha}}_{0{,}001161} + \underbrace{A_2\,\bar{\alpha}^2}_{0{,}0000041} + \dots$$

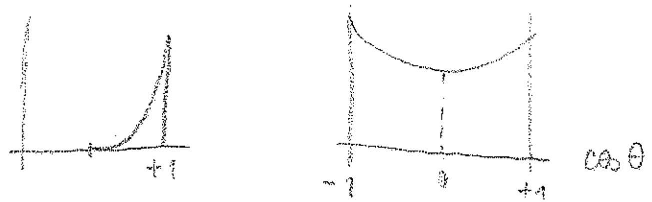
$$\mu = \mu_B(1+a) = \frac{g}{2}\mu_B$$

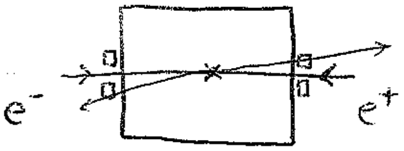
$$a = \frac{1}{2}(g-2)$$

$e^+e^- \to e^+e^-$



$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{\alpha^2}{s}\left[\frac{1+\cos^4\theta/2}{2\cdot\sin^4\theta/2} - \frac{\cos^4\theta/2}{\sin^2\theta/2} + \frac{1}{4}(1+\cos^2\theta)\right]$$

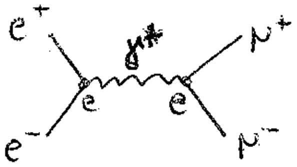




$$N = \mathcal{L}\cdot\sigma$$

LUMINOSITÄT: DAMIT KANN DIE ZU ERWARTENDE ENERGIERATE N MIT ZWEI GEGENLÄUFIGEN TEILSTRAHLEN ERRECHNET WERDEN.

$e^+e^- \to \mu^+\mu^-$



... REIN ELEKTROMAGNETISCH

γ^* ... VIRTUELLES PHOTON

$$\frac{d\sigma}{d\cos\theta} = \frac{\pi\alpha^2}{2s}(1+\cos^2\theta)$$

$$\left.\begin{array}{l}\sqrt{s} \gg 2m_\mu \\ \sqrt{s} < 35\,\text{GeV}\end{array}\right\}\text{ ENERGIEBEREICH}$$

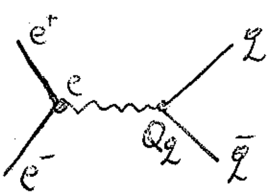
Bsp $\sqrt{s} = 35\,\text{GeV}$
$\downarrow$
$\sigma_0 = 71\,\text{pb}$

$$\sigma_0 = \sigma = \frac{4\pi\alpha^2}{3s} = \frac{87\,[\text{nb}]}{s\,[\text{GeV}]} \qquad 1\text{b} = 10^{-24}\,\text{cm}^2$$

$e^+e^- \to q\bar{q}$

$$\sigma_{q\bar{q}} = \sigma_0 \cdot Q_q^2$$

u d
$\frac{4}{9}$, $\frac{1}{9}$



2 → 2 STREUUNG

$$H_{int} = -L_{int} = -Q_1 Q_2 \int d^3x \; j_1^{\mu} A_{\mu} \, j_2^{\nu} A_{\nu}$$

$$S_{fi} = \delta_{fi} + (i)^2 Q_1 Q_2 \int dt \, d^3x \, \langle f | j_1^{\mu} A_{\mu} \, j_2^{\nu} A_{\nu} | i \rangle$$

bei $e_1^- e_2^- \rightarrow e_3^- e_4^-$

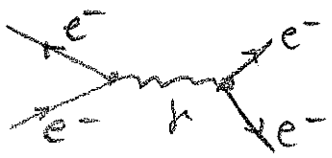
$$S_{fi} = Q_1 \bar{u}(p_3) \gamma^{\mu} u(p_1) \frac{-i g_{\mu\nu}}{q^2} Q_2 \bar{u}(p_4) \gamma^{\nu} u(p_2)$$

FEYNMAN RULES

e^- incoming	$\rightarrow\!\bullet$	$u(p)$
e^- outcoming	$\bullet\!\rightarrow$	$\bar{u}(p)$
e^+ incoming	$\leftarrow\!\bullet$	$\bar{v}(p)$
e^+ outcoming	$\bullet\!\leftarrow$	$v(p)$
vertex		$Q\gamma^{\mu}$
virtual γ		$-\frac{i g_{\mu\nu}}{q^2}$ ... PROPAGATOR TERM
real γ		ε_{μ}

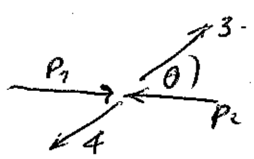
FEYNMAN DIAGRAMM:

STELLEN QUANTENFELDTHEORETISCHE BEITRÄGE ZU STREUVORGÄNGEN BILDLICH DAR.



$e^- e^-$ Streuung durch Austausch eines virtuelle Photons

BEISPIEL:



Schwerpunktsbew. $|p^2| \gg m_e^2$

$$q^2 = (p_3 - p_1)^2 = -|\vec{p}|^2 \underbrace{(1 - \cos\theta)}_{2\cdot\sin^2(\frac{\theta}{2})} < 0 \Rightarrow \text{virtuell}$$

$$\frac{\partial\sigma}{\partial\Omega} \sim \sum_{Spin} |S_{fi}|^2 (PS) = \frac{\alpha^2}{s} \left[\frac{1}{\sin^4(\frac{\theta}{2})} + \frac{1}{\cos^4(\frac{\theta}{2})} + 1 \right]$$

$$\alpha = \frac{e^2}{4\pi}$$

$$s = E_{cm}^2 = (2\cdot|\vec{p}|)^2$$

EICHINVARIANZ

wikipedia:

LAGRANGE FUNKTION (ELEMENT ZUM BESCHR. VON SYSTEMEN IM LAGRANGE FORMALISMUS)

↓ GEHT ÜBER IN

$$L = \int d^3x \, \underbrace{\mathcal{L}(\vec{x}, t)}$$

Lagrangedichte, BESCHR. DICHTE DER L IM VOLUMENELEMENT

$$\mathcal{L}_0 = \bar{\Psi}(x) \left[i \gamma^\mu \partial_\mu - m \right] \psi(x)$$

$\llcorner \; \bar{\Psi}(x) = \psi^\dagger \gamma^0$

$\llcorner \; \psi^\dagger = e^{i a \alpha} \cdot \tilde{\psi}$ mit $e^{ia\alpha} \in U(1)$

- $\alpha = const$: GLOBAL GAUGE

$\mathcal{L}_0' = \mathcal{L}_0$ (INVARIANT)

- $\alpha = \alpha(x)$ LOCAL GAUGE

$$\mathcal{L}_0' = \mathcal{L}_0 - Q \bar{\Psi} \gamma^\mu \psi \frac{\partial \alpha}{\partial x_\mu} \neq \mathcal{L}_0$$

RESTORE GAUGE INVARIANT: $\partial_\mu \to \partial_\mu - i Q \underbrace{A_\mu(x)}_{\text{ELEKTROMAGN. FELD}}$ $\Longrightarrow$ DANN $\mathcal{L}_0' = \mathcal{L}_0$

$$A_\mu' = A_\mu + \frac{\partial \alpha}{\partial x_\mu}$$

<u>FULL LAGRANGIAN:</u>

$$\mathcal{L} = \mathcal{L}_0 + \underbrace{Q (\bar{\Psi} \gamma^\mu \psi) A_\mu}_{\mathcal{L}_{int}} - \frac{1}{4} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu}$$

$F^{\mu\nu}$: $\partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu$

$(\bar{\Psi} \gamma^\mu \psi)$: $j^\mu = \bar{\Psi} \gamma^\mu \psi$

$$\rho = \psi^\dagger \psi = \bar{\Psi} \gamma^0 \psi \quad \text{mit} \quad \frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla j = 0$$

QFT: KOMBINIERT FELDTHEORIEN UND QUANTENMECHANIK.

ES WIRD NICHT NUR: - ENERGIE
- IMPULS
SONDERN AUCH - FELDER QUANTISIERT } ⇒ ZWEITE QUANTISIERUNG

⇓

BERÜCKSICHIGT ENTSTEHUNG UND VERNICHTUNG VON ET.

1) $H = H_0 + H_{int}$

2) $i\frac{\partial\psi}{\partial t} = [H_0, \psi]$

3) $i\frac{\partial|t\rangle}{\partial t} = H_{int}|t\rangle$

QM $\longrightarrow$ QFT

$\psi \longrightarrow \psi$

WF FELDOPERATOR

löse 3) $\int_{-\infty}^{t} dt$

$$|t\rangle = |i\rangle - i\int_{-\infty}^{t} dt'\, H_{int}(t')|t'\rangle$$

$|i\rangle$ $t \to -\infty$ ... INITIAL STATE

$|f\rangle$ $t \to \infty$ ... FINAL STATE

KANN NICHT ANALYTISCH GELÖST WERDEN

APPROXIMATION: $|t'\rangle \to |i\rangle$

$$|f'\rangle = |t\rangle_{t\to\infty} = |i\rangle - \int_{-\infty}^{\infty} dt'\, H_{int}|i\rangle$$

$$\langle f|f'\rangle = \underbrace{\langle f|S|i\rangle}_{S_{fi}} = \underbrace{\langle f|i\rangle}_{\delta_{fi}} - i\int dt'\,\langle f|H_{int}|i\rangle$$

1ste (BORN) APPROXIMATION

$$|t\rangle_1 = |i\rangle - \int dt'\, H_{int}|i\rangle$$

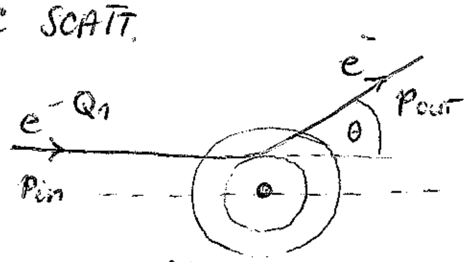
2te APPROXIMATION

$$|t\rangle_2 = |i\rangle - \int dt''\, H_{int}(t'')|t''\rangle_1$$

$$S = T.\exp\left(-i\int H_{int}\, dt'\right)$$

PROPAGATOR

ELASTIC SCATT.



$$\vec{q} = \vec{P}_{OUT} - \vec{P}_{in}$$

$f(\vec{q}) = Q_1 \int e^{i\vec{q}\vec{r}} u(r)\, dV$ ... FOURIER TRANSFORMATION

$u(r) = \frac{Q_2}{4\pi r} e^{-\frac{r}{R}}$ ... YUKAWA POTENTIAL = POTENTIAL EINES AUSTAUSCH T.
(STRONG INTERACTION)

$R = \frac{\hbar}{cm} \cdot \frac{c}{c} = \frac{0{,}2\,GeV \cdot fm}{mc^2}$

$\sim 1\,fm$

$\rightarrow mc^2 = 200\,meV$, MUSS TEILCHEN GEBEN MIT DIESER RUHEMASSE.

$\Downarrow$

PION

$f(q^2) = Q_1 Q_2 \cdot \frac{1}{-q^2 + m^2}$ „PROPAGATOR"

$q^2 = (\Delta E)^2 - (\Delta p)^2$ ... 4-MOMENTUM TRANSFER

$q^2 < 0$

QED: $m_\gamma = 0$

$f(q^2) \sim \frac{1}{q^2}$

$\sigma \sim |f(q^2)|^2 \sim \frac{Q_1^2 Q_2^2}{q^4}$ ... RUTHERFORD

MIT $\gamma^0 = \beta$ $\quad\quad$ $\gamma^0 = \begin{pmatrix} \mathbb{1} & 0 \\ 0 & -\mathbb{1} \end{pmatrix}$

$\gamma^i = \beta \cdot \alpha_i$ $\quad\quad$ $\gamma^i = \begin{pmatrix} 0 & \sigma^i \\ -\sigma^i & 0 \end{pmatrix}$

$$\boxed{\left(i \gamma^\mu \frac{\partial}{\partial x_\mu} - m\right)\psi = 0}$$ ... DIRAC – GLEICHUNG

$\mu = 0, 1, 2, 3$

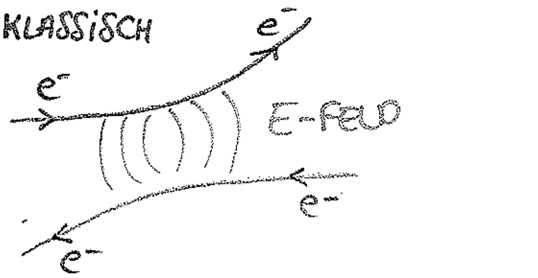
LÖSUNG

$$\psi_{1,2} = u_{1,2}(p) \cdot e^{-ipx}$$

$$\psi_{3,4} = v_{1,2}(p) \cdot e^{ipx}$$

INTERACTIONS

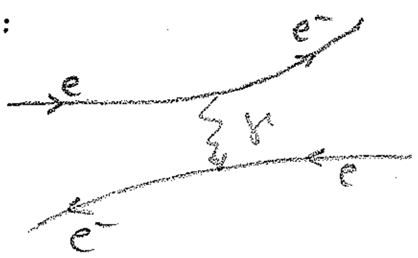
KLASSISCH



$\vec{F}(r) = \frac{Q_1 Q_2}{r^2} \cdot \hat{n}$

ES ENTSTEHEN FREIE E-M. WELLEN

QM:



ES ENTSTEHT FÜR KURZE ZEIT EIN VIRTUELLES PHOTON.

DIRAC-GLEICHUNG:

H_D ... HAMILTONOPERATOR DER DIRACGLEICHUNG: $H_D = c(\vec{\alpha}\vec{p}) + \beta m c^2$

$$\underset{\hbar = c = 1}{H_D =} (\vec{\alpha}\vec{p} + \beta m)$$

MIT OPERATOREN: $E = i\hbar\frac{\partial}{\partial t} \rightarrow i\frac{\partial}{\partial t}$

$\vec{p} = -i\hbar\nabla \rightarrow i\vec{\nabla}$

I) $m = 0$:

$E\psi = H\psi = \pm(\vec{\sigma}\vec{p})\psi \quad \Rightarrow$ 1) $E \cdot \psi_L = -(\vec{\sigma}\vec{p})\psi_L \qquad \psi_L = \binom{0}{1}\exp(i(Et - \vec{p}\vec{x}))$

2) $E \cdot \psi_R = +(\vec{\sigma}\vec{p})\psi_R \qquad \psi_R = \binom{1}{0}\exp(i(Et - \vec{p}\vec{x}))$

1) $E = |\vec{p}|$

$h\psi_L = \hat{S}\frac{\vec{P}}{|\vec{p}|}\psi_L = (-1)\psi_L$ ... LEFT HANDED ; BESCHREIBT ELEKTRON

↑ KOMPONENTE DES SPINS EINES TEILCHENS IN RICHTUNG SEINES IMPULSES ... **HELIZITÄT**

$E = -|\vec{p}|$

$h\psi_L = (+1)\psi_L$ ... LEFT HANDED ; BESCHREIBT POSITRON.

2) ψ_R ; $h = +1$ ... RIGHT HANDED ; BESCHR. ELECTRON

$h = -1$ BESCHR. POSITRON

II) $m \neq 0$

$(E - \vec{\sigma}\vec{p})\psi_R - m\psi_L = 0$

$(E + \vec{\sigma}\vec{p})\psi_L - m\psi_R = 0$

DIRAC: $E\psi \underset{}{\overset{\hbar = c = 1}{=}} (\vec{\alpha}\vec{p} + \beta m)\psi$

4x4-MATRIX SPINOR

ANFORDERUNG:

$E^2\psi = (\vec{p}^2 + m^2)\psi$

$= (\vec{\alpha}\vec{p} + \beta m)^2\psi$

$\hookrightarrow \alpha_i^2 = \beta^2 = \mathbb{1}$

$\{\alpha_i, \alpha_k\} = 2\delta_{ik}$

$\{\alpha_i, \beta\} = 0$

DIRAC-GLEICHUNG

BESCHR. DAS VERHALTEN VON FERMIONEN UND BERÜCKSICHTIGT DABEI DIE SPEZIELLE RELATIVITÄTSTHEORIE.

DIRAC-GLEICHUNG EINES UNGELADENEN TEILCHENS MIT $m=0$:

$$\left(i\sum_{n=0}^{3}\gamma^n \cdot \frac{\partial}{\partial x^n} - m\right)\psi = 0$$

MIT $c = \hbar = 1$; $(t, x, y, z) \to (x^0, x^1, x^2, x^3)$

$\gamma^0, \gamma^1, \gamma^2, \gamma^3$ ... GAMMA MATRIZEN

ES GILT: $\{\gamma_m, \gamma_n\} = \gamma^m\gamma^n + \gamma^n\gamma^m = 2\eta^{mn}$ $\quad m,n \in \{0,1,2,3\}$

WOBEI $\eta^{00} = 1$

$\eta^{11} = \eta^{22} = \eta^{33} = -1$

$\eta^{mn} = 0$ WENN $m \neq n$.

IN GEEIGNETER BASIS HABEN DIE MATRIZEN γ DIE FOLGENDE FORM

$$\gamma_0 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \qquad \gamma^1 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\gamma^2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & -i \\ 0 & 0 & i & 0 \\ 0 & i & 0 & 0 \\ -i & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \qquad \gamma^3 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

WENDET MAN $\left(i\sum_{m=0}^{3}\gamma^m\frac{\partial}{\partial x^m} + m\right)$ AUF BEIDEN SEITEN AN, DANN ZEIGT SICH DASS ψ AUCH DER **KLEIN-GORDON-GLEICHUNG** GENÜGT.

$$\left(\sum_{mn}\eta^{mn}\frac{\partial}{\partial x^m}\frac{\partial}{\partial x^n} + m^2\right)\psi(x) = 0$$

DIESE GLEICHUNG $\hat{=}$ ENERGIE-IMPULS-BEZ.

$E^2 - \vec{p}^{\,2} = m^2$

STANDARDMODELL:

21.10.
②

3 GRUNDIDEEN: („SÄULEN"):

- TEILCHEN; BAUSTEINE DER WELT
- KRÄFTE; VERANTWORTLICH DAFÜR SIND WW-TEILCHEN
- MASSE; (?) GIBT ES PRINZIP DAS TEILCHEN MIT MASSE VERSORGT? HIGGS-MECHANISMUS...

QM & RELATIVITÄTSTHEORIE ⟹ ?

VERALLGEMEINERT DAS GALILEISCHE RELATIVITÄTSPRINZIP (ALLE RELATIV ZUEINANDER BEWEGTEN INERTIALSYST. DIE GLEICHEN PHYS. GESETZE GELTEN [KOVARIANZ]) AUF ALLE GESETZE DER PHYSIK.

$$E^2 = (p\cdot c)^2 + (mc^2)^2 \Rightarrow E = \pm\sqrt{(pc)^2 + (mc^2)^2}$$

SM ERLAUBT AUCH NEGATIVE ENERGIEN (↯ KL. PHYSIK)

$$\psi = \exp\left[-\frac{i}{\hbar}(\underbrace{E\cdot t}_{\text{KANN AUCH } (-E)\cdot(-t) \text{ SEIN}} - p\cdot x)\right]$$

$$\underset{\substack{E>0\\t>0}}{\xrightarrow{e^-}} = \underset{\substack{E<0\\t<0}}{\xleftarrow{e^-}} \;\hat{=}\; \underset{\substack{E>0\\t>0}}{\xrightarrow{e^+}}$$

ENTSTEHT AUS DEN ERSTEN ZWEI TERMEN ⇓ ANTI-PARTIKEL

WGL: $(E^2 - (pc)^2 - (mc^2)^2)\psi = 0$

$$\Downarrow \quad E = i\hbar\frac{\partial}{\partial t};\ \vec{p} = -i\hbar\nabla$$

$$\boxed{\left(\frac{\partial^2}{\partial t^2} - \nabla^2 + m^2\right)\psi = 0}$$ ... KLEIN GORDON GLEICHUNG

DIRAC: $E\psi = \pm(\vec{\sigma}\vec{p})\psi$ ANSATZ FÜR $m=0$ $\quad \vec{\sigma} = (\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3)$

$$E^2\psi = (\vec{\sigma}\vec{p})^2\psi = \sigma_1^2 p_1^2 + \dots + \underline{(\sigma_1\sigma_2 + \sigma_2\sigma_1)} p_1 p_2$$

AUFPASSEN AUF REIHENFOLGE → OPERATOR

$$E^2\psi = \vec{p}^{\,2}\psi \quad \Rightarrow \sigma_i^2 = \mathbb{1}$$

↳ PAULIMATRIZEN.

$$\sigma_1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \qquad [\sigma_i, \sigma_j] = \sigma_i\sigma_j - \sigma_j\sigma_i = 2i\cdot\varepsilon_{ijk}\cdot\sigma_k$$

$$\sigma_2 = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix} \qquad \{\sigma_i, \sigma_j\} = \sigma_i\sigma_j + \sigma_j\sigma_i = 2\,\delta_{ij}$$

$$\sigma_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$

↳ SPINOPERATOR $\boxed{S = \frac{1}{2}\sigma_i}$

MASSE DER ELEMENTARTEILCHEN:

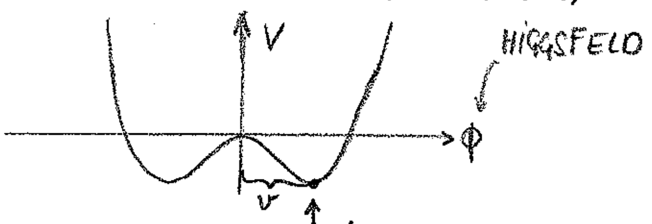
$m_\gamma \neq 0$ … NICHT EICHINVARIANT.

SSB (= spontaneous symmetrie break) ODER HIGGS MECHANISMUS.*)
POTENTIAL MUSS EINGEFÜHRT WERDEN. (HIGGS POTENTIAL)

*) HIGGS MECHANISMUS, BIETET ERKLÄRUNG FÜR BEOBACHTUNG MASSIVER AUSTAUSCHTEILCHEN, DIE LAUT SM NICHT MÖGLICH SEIEN.
MAN VERSTEHT ERZEUGUNG DER MASSEN DER WW-TEILCHEN DURCH SPONTANE BRECHUNG^0) DER EICH-SYMMETRIE.

0) SSB, WIRD BENUTZT UM KRAFTGESETZ ZU ERHALTEN, ABER ANDERERSEITS DEN EICHBOSONEN EINE MASSE ZU GEBEN. ⇝ EINFÜHRUNG DES HIGGS FELDES.
FELD WW MIT ALLEN ANDEREN FELDERN UND MIT SICH SELBER UND ZWAR SO, DASS EICHBOSONEN MASSE ERHALTEN → GILT NICHT FÜR HADRONEN MASSE
└ GLUONEN (8x) – STARKE-WW
PHOTONEN – EM-WW
WEAKONEN (3x) $[W^+, W^-, Z^0]$ – SCHWACHE-WW
GRAVITON (HYPOTETISCH)

HIGGS POTENTIAL:



minimum = GÜNSTIGSTER ENERGIEZUSTAND DES SYSTEMS, (FÜR DAS FELD) DA KLEINSTE ENERGIE. = VAKUUM-ZUSTAND

$$SU(2)_L \times U(1)_Y \xrightarrow{SSB} U(1)_{elmag}$$

AUS DER THEORIE FOLGT EINE MASSE $m_W = \frac{1}{2} g_2 v \simeq 80\,GeV$
$m_\gamma = 0$

$$\boxed{\frac{m_W}{m_Z} = \cos\theta_W}$$ … WEINBERG-RELATION ; MIT $\tan\theta_W = \frac{g_1}{g_2}$

FELD WIRD GESCHRIEBEN ALS $\phi = \begin{pmatrix} \phi^+ \\ \phi^0 \end{pmatrix}$ – 3 KOMPONENTEN → $W^\pm, Z$
1 KOMPONENTE → ϕ^0… HIGGS BOSON
$200\,GeV > m_\phi > 111\,GeV$

INTERACTIONS

CHARGE $\alpha_i = \frac{g_i^2}{4\pi}$

	STRONG	WEAK	EL-MAG	GRAVITY
	g.i. QFT, RENORMALIZ.			G.R (Einstein)
GAUGE GROUP / EICHINVARIANZ	$SU(3)$	$SU(2)_L$ (LEFTHANDED)	$U(1)_Y$	?
		ELECTRO-WEAK		(REL. MASS)
FERMIONS AFFECTED	QUARKS q	q, ℓ	q, ℓ LEPTONS	q, ℓ
COUPLING, α_i $\alpha_i(m_Z^2)$	0,12 >	0,0337 >	0,017	EXTREMELY WEAK
VECTOR BOSONS	GLUONS $g_{1,...,8}$	$W^\pm, Z^0$	γ	
MASS	0	80.4, 91.2 GeV	0	
RANGE OF INTERACTION	10^{-15} m	10^{-18} m	∞	∞
SYMMETRIES VIOLATED	–	P, C, CP (P = PARITÄT)	–	–
SSB	–	✓	–	–

WEIL MASSELOS.

LEPTONS:

$$\begin{array}{cccccc} Q & 1. & 2. & 3. & 4.? \\ \begin{matrix}0\\-1\end{matrix} & \begin{pmatrix}\nu_e\\(\sim 0)\\e^-\\(0{,}0005)\end{pmatrix} & \begin{pmatrix}\nu_\mu\\(\sim 0)\\\mu^-\\(0{,}106)\end{pmatrix} & \begin{pmatrix}\nu_\tau\\(\sim 0)\\\tau^-\\(1{,}78)\end{pmatrix} & \text{no}, \; N_\nu = 3 \end{array}$$

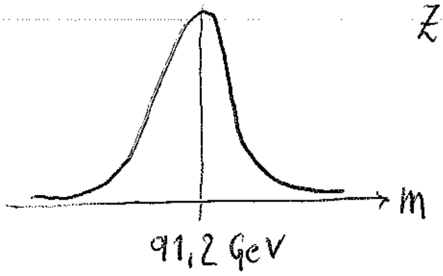
QUARKS:

$$\begin{array}{cccc} \begin{matrix}2/3\\-1/3\end{matrix} & \begin{pmatrix}u\\(0{,}005)\\d\\(0{,}009)\end{pmatrix} & \begin{pmatrix}c\\(\sim 1{,}2)\\s\\(\sim 0{,}15)\end{pmatrix} & \begin{pmatrix}t\\(\sim 174)\\b\\(\sim 4{,}5)\end{pmatrix} \end{array}$$

$$\sum Q = 0 - 1 + \underset{\uparrow \; 3}{n_c}\left(\frac{2}{3} - \frac{1}{3}\right) = 0$$

Mass
- GRAVITATIONAL (= URSACHE ~~VON~~ MASSE IST GRAVITATION)
- INERTIAL (= TRÄGHEIT, MAß FÜR TRÄGHEIT GEGEN ÄNDERUNG SEINES BEWEGUNGSZ.)

$Z^0 \to f\bar{f}$



H-ATOM:

$$E_n = -\frac{\alpha^2}{2n^2}\left(m_e \cdot c^2\right)$$

$$E_1 = -13{,}6 \text{ eV}$$

$m_n - m_p = 1{,}3$ MeV , WEIL SIE EINE ANDERE QUARKZUSAMMENSETZUNG HABEN.

$\hookrightarrow m_d - m_u = 4$ MeV

$n \to p e^- \bar{\nu}$, ANDERE RICHTUNG IST NICHT MÖGLICH.

IF: $m_d < m_u$, $p \to n e^+ \nu$