(1)

NAME	MAT.NR.

WS10.744.036: Grundkonzepte der Forschung: Ionen-, Plasma- und Angewandte Physik

Prüfung am Freitag, 3.2.2012 um 09:00 Uhr

Verwenden Sie nach Möglichkeit für jeden Prüfungsteil eigene Blätter, um die Korrektur zu erleichtern.
Legen Sie die Blätter mit Ihrer schriftlichen Ausarbeitung am Ende in das gefaltete Deckblatt.
Vergessen Sie bitte nicht, auf jedes Blatt und das Deckblatt Ihren Namen zu schreiben.

Teil 1: Ionenphysik

1.1	Erklären Sie den LCAO-Ansatz und erläutern Sie die Elektronenkonfiguration des He_2^+ Molekül-Ions. Wie hängt diese mit der Bindungsenergie dieses Ions zusammen?	
1.2	Beschreiben Sie die Cavity Ring Down Spektroskopie.	
1.3	Zeichnen Sie schematisch die Potentialkurven eines zweiatomigen Moleküls AB und des entsprechenden Ions AB^+. Erläutern Sie daran wie die Ionisation durch Elektronenstoß abläuft und welches Produkt bzw. welche Produkte dabei entstehen können.	

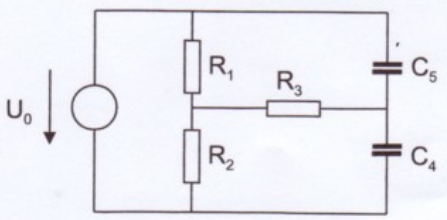
7,5/8

Teil 2: Plasmaphysik

2.1	Nennen Sie die drei wesentlichen charakterisierenden Kriterien für ein Plasma. Was besagt die Debye-Länge?	
2.2	Wie lautet die Dispersionsrelation für transversale elektromagnetische Moden in einem Plasma ohne B-Feld: Formel, Skizze, und Interpretation? Wie erhält man allgemein eine Dispersionsrelation aus einem nichtlinearen System partieller Differentialgleichungen?	
2.3	Was ist der Gyroradius? Wie läßt sich die Bewegung von Elektronen und Ionen unter dem gekoppelten Einfluß statischer elektrischer und magnetischer Felder beschreiben?	
2.4	Was läßt sich im magnetostatischen Gleichgewicht über die relative Anordung von Strom- und Magnetfeldlinien zum Plasmadruck aussagen? Wie wird das einschließende Magnetfeld in einem Fusionsexperiments vom Typ Tokamak erzeugt?	

7.5/8

Teil 3: Angewandte Physik

3.	Gegeben: Tastkopfsystem mit Spannungsquelle U_0 Gesucht: Zustandsraummodell		

8/8

23/24

1.) IONENPHYSIK

1.1.

LCAO = Linear combination of atomic orbitals

Man macht einen Ansatz, dass ~~[illegible]~~ die Molekülorbitale Linearkombinationen von ~~[illegible]~~ den ~~[illegible]~~ an der Bindung beteiligten Atomorbitalen ist.

$$\psi = c_1 \phi_A + c_2 \phi_B$$

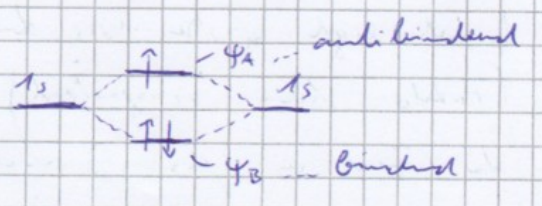
~~[illegible]~~

Mehrere e^-: Produkt aus LCAO-Wfkt.

Ritz'sches Variationsverfahren → Energie von ψ ist immer größer als Energie der richtigen (aus SG) Wellenfkt. → Leite ψ nach den Koeffizienten ab und setze Ausdruck 0 → c_1, c_2

Gibt bindenden und antibindenden Zustand.

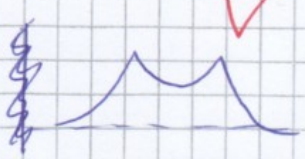
He: $1s^2$, He^+: $1s^1$, He_2^+: $3e^-$



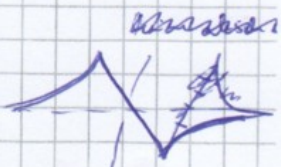
Mehr e^- im bindenden als im antibindenden Zustand → stabil gebunden mit Bindungsordnung 1

~~[illegible]~~:

$$\rightarrow \quad \psi_B = \frac{1}{\sqrt{2}}(\phi_1 + \phi_2)$$



$$\psi_A = \frac{1}{\sqrt{2}}(\phi_1 - \phi_2)$$



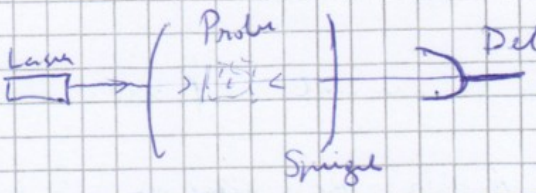
keine abschirm e^-

ϕ_1 ... 1s Wellenfkt von Atom 1

ϕ_2 ... ——— " ——— 2

2,5/3

11.2. Cavity-Ringdown-Spektroskopie



✓

Cavity mit großer Güte. Moleküle in Cavity.
≙ Resonator

Laserpuls wird eingeschossen und reflektiert viele Male zw. Spiegeln. Ein Teil wird transmittiert. ✓

Intensitätsabnahme $I(t) = I_0 e^{-t/\tau}$ ✓

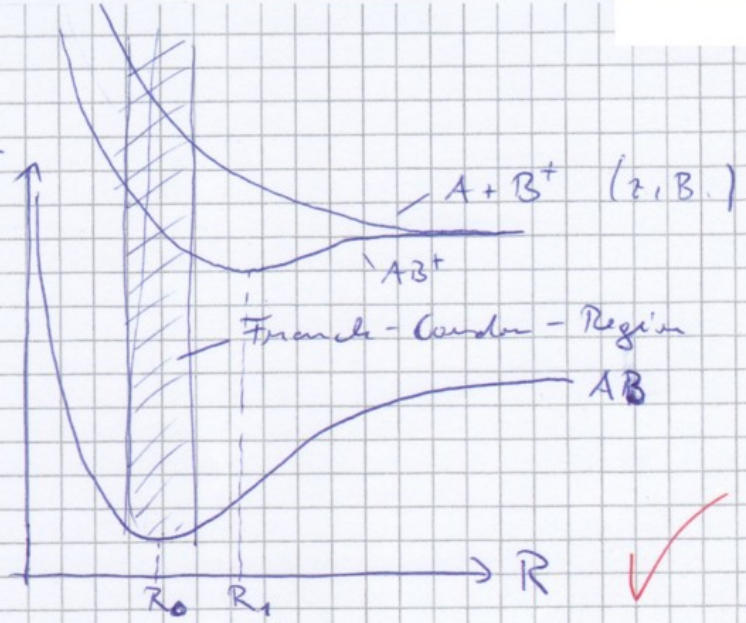
wobei $\tau(\alpha(\omega))$. τ hängt also vom (frequenzabhängigen) Absorptionskoeffizienten α ab. ✓

→ Durchstimmen des Lasers bringt Absorptionsspektrum ✓

Vorteil: Licht legt großen Weg durch Probe zurück (Faktor 1000 vergrößert).
W. Zeit im µs-Bereich. ✓

2,5/2,5

1.3.



✓

Elektronenstoßionisation:

Vertikaler Ionisationsprozess (e^- Anregung viel schneller als Kernbewegung) ✓

⇒ Moleküle dissoziieren leichter da die Gleichgewichtsabstände R_1 u. R_0 verschieden sind. ✓

⇒ ~~erhalten~~ anfänglich haben e^- eine hohe Energie (70 eV per Konvention, weil nicht alles auf Molekül übertragen wird), da durch den Wirkungsquerschnitt höher ist. ✓

⇒ viel Fragmentierung, harte Ionisation ✓

2,5/2,5

2.) PLASMAPHYSIK

135/2

2.1

- starke Quasineutralität
  $n_i = n_e$ (Ionendichte = El. dichte) ✓
- $L \gg \lambda_D$. Die Ausdehnung des Plasmas L muss viel größer als die Debye-Länge λ_D sein. ✓
- $N_{Kol} \gg N_D$. Die Gesamtzahl der Teilchen N_{Kol} muss viel größer als die Anzahl der Teilchen in der Debye-Kugel sein. ✓

$$N_D = \frac{4\pi}{3} \lambda_D^3 n$$

Debye-Länge:
Länge innerhalb welcher eine Ldg. abgeschirmt wird. (✓)

Darunter kann Ladungstrennung stattfinden. ✓

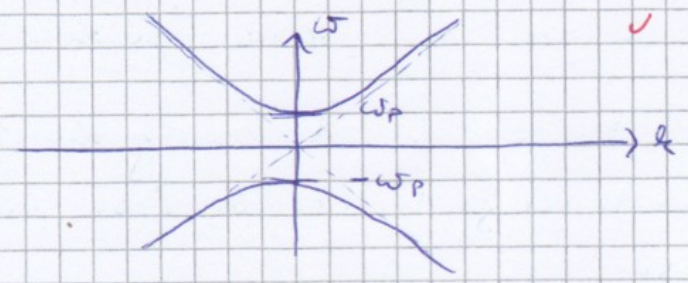
$\forall \lambda_D = ?$

$\forall n = ?$

2/2 **2.2.**

$\omega^2 = \omega_p^2 + c^2 k^2$ ✓

Disp. rel.: $\Rightarrow \omega = \pm\sqrt{\omega_p^2 + c^2 k^2}$



✓ ω_p ... Plasmafrequenz ($k = ?$)

Interpretation: Transversale e.m. Moden können nur bei Frequenzen $> \omega_p$ existieren. ✓

„Cut-off" für kleinen Freq. ✓

Allgemein: ✓

- Harmonischer Ansatz: $\vec{E}(\vec{x},t) = \vec{E}(\vec{k},\omega)\, e^{i(\vec{k}\vec{x} - \omega t)}$
- Linearisierung ✓

→ Wellengleichung → Dispersionsrelation ✓

z.B. e.m.: $\vec{\nabla}\times(\vec{\nabla}\times\vec{E}) + \frac{\omega^2}{c^2}\overleftrightarrow{K}\vec{E} = 0$ ✓

$\frac{\omega^2}{c^2}\overleftrightarrow{K}\vec{E} = 0$ ... Dispersionsrelation

$\overleftrightarrow{K}$ ... Dielektrizitätstensor.

2/2 **R 3**

Gyroradius: $\rho = \frac{v_\perp}{\Omega}$ ✓

mit $\Omega = \frac{|q|B}{cm}$ Gyrationsfrequenz ✓

und $v_\perp$ Geschw. transversal zum $\vec{B}$-Feld. ✓

Stat. $\vec{B}$-Feld: $\Rightarrow$ gel. Teilchen Bewegen sich in $\perp$-Richtung auf Kreisbahnen mit Radius ρ ✓

Stat. $\vec{E}$ und stat. $\vec{B}$ $\Rightarrow$ $\vec{E}\times\vec{B}$-Drift. ✓

Richtung $\parallel$ zu $\vec{B}$: Beschleunigte gerade Bewegung

mit $m\vec{a} = q\vec{E}_\parallel \Rightarrow \dot{v}_\parallel = \frac{q}{m}\vec{E}_\parallel$ ✓

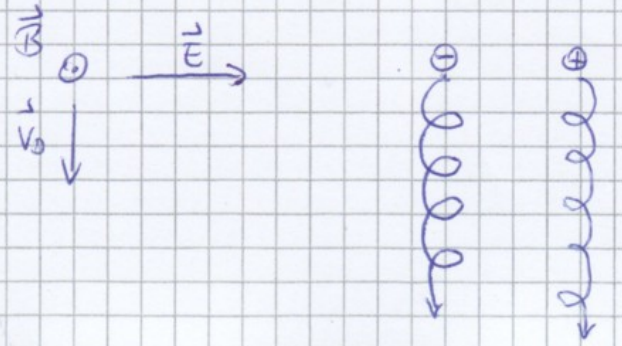
Richtung $\perp$ zu $\vec{B}$: Gyrationsbewegung überlagert mit Drift.

Drift mit Geschw. $\vec{v}_D = c\frac{\vec{E}\times\vec{B}}{B^2}$ ✓

// Bewegung des Führungszentrums

\+ Gyration mit Geschw. $\vec{u}$ mit $\frac{d\vec{u}}{dt} = \frac{q}{c}\vec{u}\times\vec{B}$

Gesamtgeschw: $\vec{v}_\perp = \vec{v}_D + \vec{u}$. ✓



✓ Drift unabh. von Ladung!

2.4.

1.75/2

Magnetostatik: ($\forall\ \partial_t = 0,\ v = 0$)

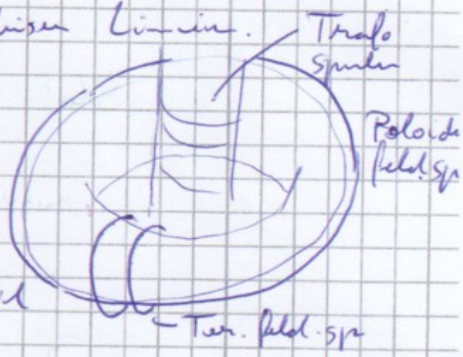
$\vec{j} \cdot \vec{\nabla} p = 0$ ✓

$\vec{B} \cdot \vec{\nabla} p = 0$ ✓

$\vec{j}$ und $\vec{B}$ - Linien sind auf Flächen mit $p = \text{const.}$ ✓

Tokamak:

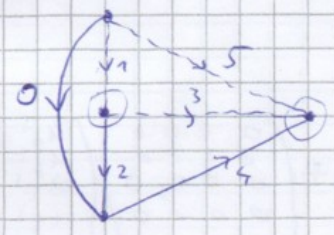
- Toroidalspulen (Feld) erzeugen toroidales Magnetfeld ✓
  Teilchen bewegen sich entlang dieser Linien.
  Aber: Magnetfeld wird nach innen stärker, wegen Krümmung des Torus → $\vec{\nabla} B \times \vec{B}$ - Drift ✓
  → Ladungstrennung → instabil



Deswegen: Spule im Zentrum des Torus induziert Plasmastrom ✓ (→ gepulster Betrieb) ✓.
Dadurch sind Magnetfeldlinien ✓ Spiralförmig

- (Poloidalfeldspulen erzeugen variables Magnetfeld im Plasma.) (✓)

3.) ANGEWANDTE PH.



Fuschlegl.

012: $u_1 = \_\_\_ = u_0 - u_2$

234: $u_3 = \_\_\_ = u_2 + u_4$

054: $u_5 = \_\_\_ = u_0 + u_4$

Fuschimegl (passiv)

132: $i_2 = \_\_\_ = i_1 - i_3$

354: $i_4 = C u_4' = -i_3 - i_5$

$$\vec{x} = u_4, \quad \vec{z} = \begin{pmatrix} i_1 \\ i_3 \\ i_5 \\ u_2 \end{pmatrix}, \quad \vec{w} = \begin{pmatrix} u_1 \\ u_3 \\ u_5 \\ i_2 \end{pmatrix}, \quad \vec{u} = u_0$$

① $D\dot{\vec{x}} = M\vec{x} + H\vec{u} + C\vec{z}$

$$\underbrace{C_4}_{D} u_4' = \underbrace{0}_{M=0} \cdot u_4 + \underbrace{(0\ -1\ -1\ 0)}_{C} \begin{pmatrix} i_1 \\ i_3 \\ i_5 \\ u_2 \end{pmatrix} + \underbrace{0}_{H=0} \cdot u_0$$

② $\vec{w} = -C_T \vec{x} + F\vec{u} + G\vec{z}$

$$\begin{pmatrix} u_1 \\ u_3 \\ u_5 \\ i_2 \end{pmatrix} = \underbrace{\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}}_{-C_T} u_4 + \underbrace{\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}}_{F} u_0 + \underbrace{\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 0 & 0 \end{pmatrix}}_{G} \begin{pmatrix} i_1 \\ i_3 \\ i_5 \\ u_2 \end{pmatrix}$$

③ $\vec{z} = R\vec{w} + S\vec{w}'$

$$\begin{pmatrix} i_1 \\ i_3 \\ i_5 \\ u_2 \end{pmatrix} = \underbrace{\begin{pmatrix} 1/R_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1/R_3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & R_8 \end{pmatrix}}_{R} \begin{pmatrix} u_1 \\ u_3 \\ u_7 \\ i_2 \end{pmatrix} + \underbrace{\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & C_5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}}_{S} \begin{pmatrix} u_1' \\ u_3' \\ u_7' \\ i_2' \end{pmatrix}$$

$$D\dot{\vec{x}} = C\vec{z}$$

~~③~~

~~$\dot{z} = RC_1\dot{x} + RF\dot{u} + RG\dot{z} - SC_1\dot{x} + SF\dot{u} + SG\dot{z}$~~

~~$(1 - RG)\dot{z} = -RC_1\dot{x} + RF\dot{u}$~~

④

Lösung: Kombination von ①, ②, ③

$$\dot{\vec{x}} = K(M - CPRC_1)\vec{x} + K(H + CPRF)\vec{u} + KCPSF\dot{\vec{u}}$$

mit $K^{-1} = D + CPSC_1$

$P^{-1} = \mathbb{1} - RG$ ✓

linear: $M = H = 0$

$$\dot{\vec{x}} = \underbrace{-KCPRC_1}_{A}\vec{x} + \underbrace{KCPRF}_{B}\vec{u} + \underbrace{KCPSF}_{B_2}\dot{\vec{u}}$$